

Microeconomia Avanzada I
Examen Final, Desembre 2010.

1. Considerem un consumidor amb funció d'utilitat

$$U(x_1, x_2) = -\frac{1}{x_1} + x_2, \quad x_1 > 0.$$

- (a) Verificar que es satisfà la relació:

$$\frac{\partial x_2}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1}{\partial p_2} - x_1^* \frac{\partial x_2}{\partial m}$$

- (b) Explicar per què.

2. Considerem una economia d'intercanvi 2×2 .

L'individu A té una dotació inicial $w_A = (20, 20)$; l'individu B té una dotació inicial $w_B = (20, 40)$.

L'individu A considera que ambdós bens són substitutius perfectes en la proporció 1 a 1. L'individu B considera que ambdós bens són complementaris perfectes en la relació 2:3 (i.e. 2 unitat de be 1 per cada 3 unitats de be 2).

- (a) Trobar l'expressió analítica del conjunt d'assignacions òptimes de Pareto. Representar-les en una Caixa d'Edgeworth.
- (b) Calcular el preu relatiu que permeti, donades les dotacions inicials, seleccionar una assignació pertanyent al conjunt d'assignacions Pareto-òptimes.
- (c) Què passa amb el conjunt d'assignacions Pareto-òptimes si les disponibilitats d'ambdós bens són de 40 unitats tant de be 1 com de be 2?

Solució Exàmen Final

1. (a) El problema del consumidor es

$$\max_{x_1, x_2} \mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = -\frac{1}{x_1} + x_2 - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

Les condicions de primer ordre són

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{1}{x_1^2} - \lambda p_1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 1 - \lambda p_2 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = p_1 x_1 + p_2 x_2 - m = 0 \quad (3)$$

A partir de (1) i (2) obtenim,

$$x_1^*(p_1, p_2) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

Substituint (4) a (3) obtenim

$$x_2^*(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2} - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

Ara podem calcular els elements de la relació:

$$\frac{\partial x_2}{\partial p_1} = -\frac{1}{2(p_1 p_2)^{\frac{1}{2}}},$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_2} = \frac{1}{2(p_1 p_2)^{\frac{1}{2}}},$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial m} = \frac{1}{p_2},$$

de manera que

$$-\frac{1}{2(p_1 p_2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2(p_1 p_2)^{\frac{1}{2}}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{p_2}.$$

(b) Atès que les preferències del consumidor son quasi-lineals, i.e. del tipus $U(x_1, x_2) = f(x_1) + x_2$, la demanda del bé 1 no depèn de la renda m , és a dir, $\frac{\partial x_1}{\partial m} = 0$.

L'equació de Slutsky per al be 1 és:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_2} = \frac{\partial h_1}{\partial p_2} - x_2^* \frac{\partial x_1}{\partial m},$$

que en el nostre cas es redueix a

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_2} = \frac{\partial h_1}{\partial p_2}. \quad (6)$$

A més per simetria sabem que

$$\frac{\partial h_1}{\partial p_2} = \frac{\partial h_2}{\partial p_1}. \quad (7)$$

L'equació de Slutsky per al be 2 és:

$$\frac{\partial x_2}{\partial p_1} = \frac{\partial h_2}{\partial p_1} - x_1^* \frac{\partial x_2}{\partial m}. \quad (8)$$

Substituint (6) i (7) a (8) obtenim

$$\frac{\partial x_2}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1}{\partial p_2} - x_1^* \frac{\partial x_2}{\partial m}.$$

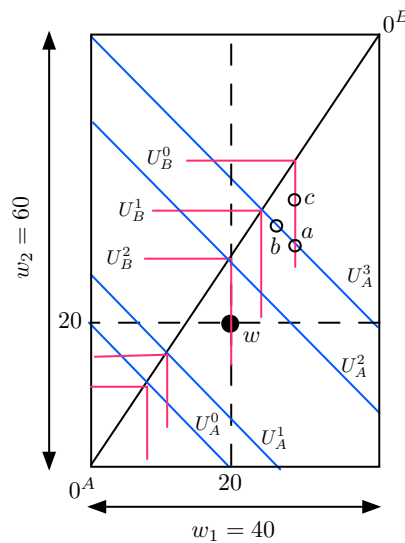


Figura 1: La caixa d'Edgeworth del problema 2a.

2. (a) El mapa de corbes d'indiferència de l'individu A està format per rectes de pendent -1 . El mapa de corbes d'indiferència de l'individu B està representat per angles rectes amb els vertices al llarg d'una línia de pendent $2/3$, que coincideix amb la diagonal de la caixa d'Edgeworth representada en la figura 1.

Una assignació com la representada pel punt a es millorable realitzant intercanvis fins per exemple, l'assignació b (on millora el benestar de l'individu B), o fins a l'assignació c (on millora el benestar de l'individu A). Per tant, l'assignació a no és eficient. Aquest argument permet identificar com les assignacions Pareto-òptimes com aquelles al llarg de la diagonal de la caixa d'Edgeworth. L'expressió analítica d'aquesta diagonal és

$$x_{A2} = \frac{3}{2}x_{A1}.$$

(b) Atès que l'individu A considera ambdós bens substitutius perfectes amb relació $1:1$, només consumirà el be que tingui el preu més baix. En altres paraules, si $p_i < p_j$, el consumidor A es gastarà tot el seu pressupost en el be i , situant-se així en un punt be sobre l'eix horitzontal (si $p_1 < p_2$) o sobre l'eix vertical (si $p_2 < p_1$). En conseqüència, només podem tenir un equilibri walrasià quan $p_1 = p_2$ de manera que l'individu A seleccioni una cistella de consum sobre la diagonal de la caixa d'Edgeworth.

(c) Si la disponibilitat de be 2 és de 40 unitats, la caixa d'Edgeworth esdevé un quadrat i la recta que uneix els vertices de les corbes d'indiferència

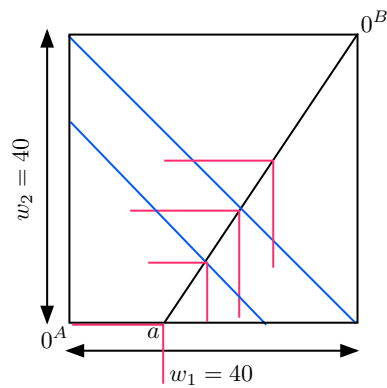


Figura 2: La caixa d'Edgeworth del problema 2c.

del consumidor b ja no coincideix amb la seva diagonal, tot i que continua representant el conjunt d'assignacions Pareto-òptimes. Això implica que l'assignació situada entre els punts 0^A i a no són eficients: qualsevol assignació $x \in [0^A, a)$ està dominada per l'assignació a en el sentit que el consumidor A millora la seva satisfacció sense empitxorar el benestar de l'individu B . Aquesta situació es mostra en la figura 2.